

**ESERCIZI SVOLTI DI
PSICROMETRIA
sulle trasformazioni elementari**

Formulario di riepilogo

- **Umidità specifica (o titolo):**

$$x = \frac{m_v}{m_{as}} = 0,622 \frac{p_v}{p_{tot} - p_v} \left[\frac{\text{kg}_v}{\text{kg}_{as}} \right]$$

- **Grado igrometrico e umidità relativa:**

$$\varphi = \frac{p_v}{p_{v,sat}}$$

$$UR = \varphi \cdot 100$$

- **Pressione di saturazione:**

$$p_{v,sat} = 610,5 \cdot e^{\frac{17,269T}{T+237,3}} \quad [Pa]$$

NOTA: La temperatura va inserita in gradi Celsius

- **Temperatura di saturazione (o di rugiada):**

$$T_{sat} = T_r = \frac{237,3 \cdot \ln\left(\frac{p_v}{610,5}\right)}{17,269 - \ln\left(\frac{p_v}{610,5}\right)} \quad [^{\circ}C]$$

p_{tot} = pressione totale del sistema = pressione ambiente $\approx 101'325$ Pa

Costante **0,622** = rapporto delle costanti dei gas o delle masse molari = $R_{as}/R_v = M_v/M_{as}$.

Formulario di riepilogo

- Formulazioni alternative per umidità specifica, grado igrometrico, pressione di saturazione e pressione di vapore:

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{v,sat}}{p_{tot} - \varphi \cdot p_{v,sat}} \left[\frac{kg_v}{kg_{as}} \right]$$

Per $\varphi = 1$ si ottiene il **titolo di saturazione** x_{sat} alla temperatura alla quale è stato calcolato $p_{v,sat}$.

$$\varphi = \frac{x \cdot p_{tot}}{(0,622 + x) \cdot p_{v,sat}} \quad []$$

$$p_{v,sat} = \frac{x \cdot p_{tot}}{(0,622 + x) \cdot \varphi} \quad [Pa]$$

$$p_v = \varphi \cdot p_{v,sat} \quad [Pa]$$

p_{tot} = pressione totale del sistema = pressione ambiente $\approx 101'325$ Pa

Formulario di riepilogo

- **Entalpia:**

$$h = c_{p,as} \cdot T + x(r + c_{p,v} \cdot T) \cong T + x(2500 + 1,9T)$$

$$\left[\frac{kJ}{kg_{as}} \right]$$

$$c_{p,as} \approx 1 \text{ kJ/kg } ^\circ\text{C}$$

$$c_{p,v} \approx 1.9 \text{ kJ/kg } ^\circ\text{C}$$

$$r = r_0 \approx 2500 \text{ kJ/kg}$$

Attenzione: x va inserito in $[kg_v/kg_{as}]$

- **Potenza termica:**

- In generale: $Q = m_{as[kg/s]} \Delta h$ [kW]

- Per trasformazioni isotitolo ($\Delta x=0$): $Q \cong m_{as[kg/s]} c_p \Delta T$ [kW]

- Per trasformazioni isoterme ($\Delta T=0$): $Q \cong m_{as[kg/s]} r \Delta x$ [kW]

- **Energia termica:**

$$E = Q \Delta t$$

[kWh] se il tempo è in ore;
[kJ] se il tempo è in secondi.

IMPORTANTE! La notazione di energia e potenza è molto variabile: sul libro di impianti vengono chiamate entrambe Q . Sulle dispense di fisica tecnica q è potenza e Q energia. Sul libro di psicrometria \dot{Q} è potenza e Q energia. Fare molta attenzione a non confonderle!!

Esercizio 1

Per il riscaldamento di un locale si installa un gruppo aerotermo che preleva una portata volumetrica $G = 250 \text{ m}^3/\text{h}$ di aria esterna alle seguenti condizioni: $T_e = 4^\circ\text{C}$; $UR_e = 80\%$; la riscalda fino alla temperatura $T_{\text{imm}} = 40^\circ\text{C}$ e la immette in ambiente.

DETERMINARE:

1. La tipologia di trasformazione psicrometrica realizzata.
2. L'andamento della trasformazione sul diagramma psicrometrico.
3. La pressione di vapore dell'aria esterna ($p_{v,e}$).
4. L'umidità specifica dell'aria in immissione (x_{imm}) sia con metodo grafico che analitico.
5. L'entalpia dell'aria esterna (h_e) e dell'aria in immissione (h_{imm}) sia con metodo grafico che analitico.
6. La potenza termica (Q) che deve fornire l'aerotermo all'aria in transito.
7. L'umidità relativa (UR_{imm}) dell'aria immessa sia con metodo grafico che analitico.

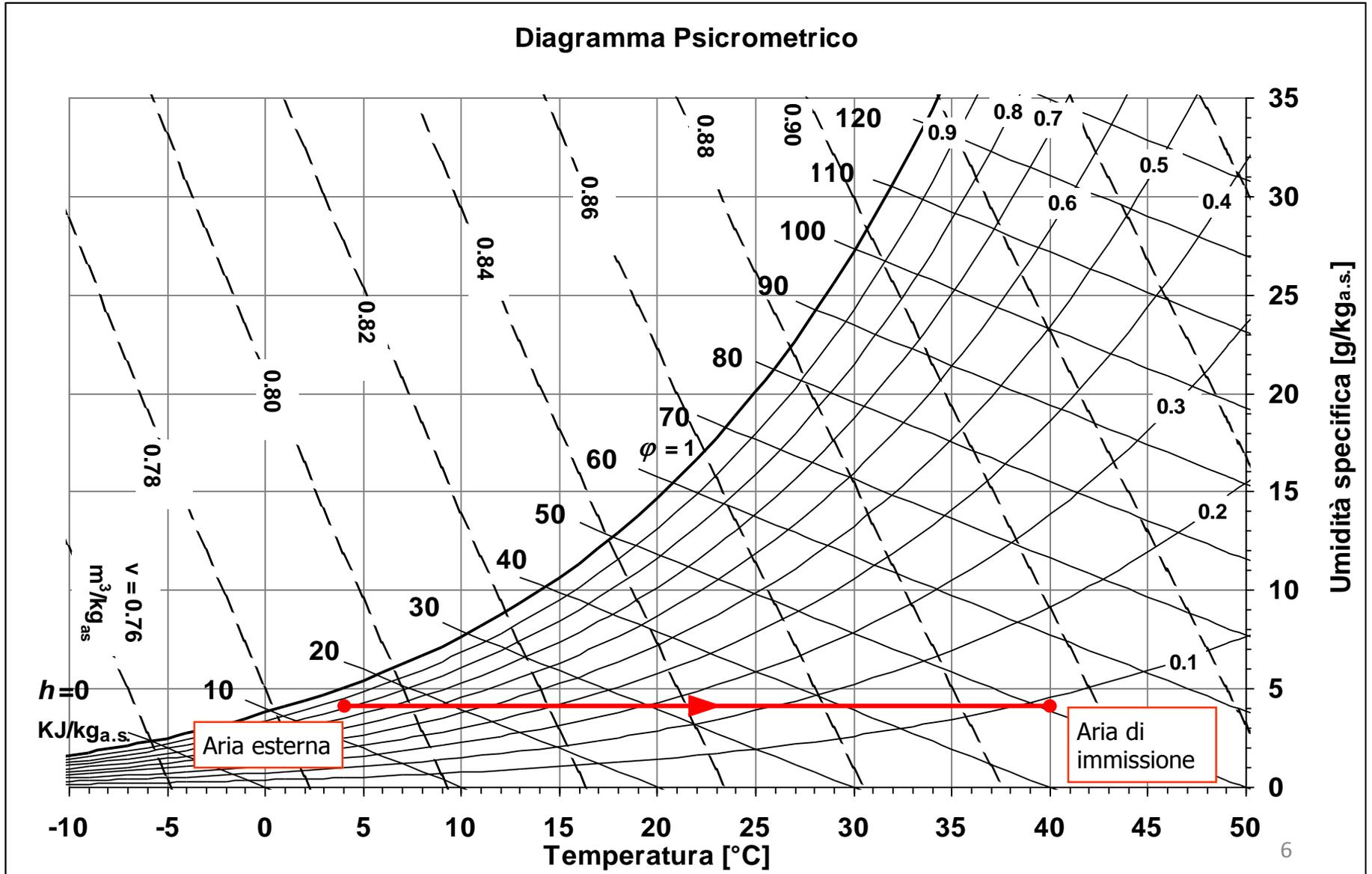
SOLUZIONE DEI QUESITI

1. **Riscaldamento sensibile.**
2. Vedi diagramma nella pagina seguente.



Esercizio 1

DIAGRAMMA PSICROMETRICO



Esercizio 1

SOLUZIONE DEI QUESITI

3. La pressione di vapore dell'aria esterna ($p_{v,e}$) si trova come: $p_{v,e} = \varphi_e \cdot p_{v,e,sat} = \frac{UR_e}{100} \cdot p_{v,e,sat}$

Dove: $p_{v,e,sat} = 610,5 \cdot e^{\frac{17,269 \cdot T_e}{T_e + 237,3}} = 813 \text{ Pa}$

Da cui: $p_{v,e} = \varphi \cdot p_{v,e,sat} = 0,8 \cdot 813 = 650 \text{ Pa}$

4. L'umidità specifica dell'aria in immissione (x_{imm}) è identica all'umidità specifica dell'aria esterna (x_e) e si trova graficamente sull'asse delle ordinate: $x_{imm} \approx 4 \text{ g}_v/\text{kg}_{as}$. Analiticamente:

$$x_{imm} = x_e = 0,622 \cdot \frac{p_{v,e}}{p_{tot} - p_{v,e}} = 0,622 \cdot \frac{650}{101325 - 650} = 0,00401 \text{ kg}_v/\text{kg}_{as} = 4,01 \text{ g}_v/\text{kg}_{as}$$

5. L'entalpia dell'aria esterna e di immissione si trovano graficamente sull'asse delle entalpie:

$h_e \approx 15 \text{ kJ/kg}_{as}$; $h_{imm} \approx 50 \text{ kJ/kg}_{as}$. Analiticamente: **Attenzione: x va inserito in $[\text{kg}_v/\text{kg}_{as}]$**

$$h_e \cong T_e + x_e (2500 + 1,9 \cdot T_e) = 4 + 4,02 \cdot 10^{-3} (2500 + 1,9 \cdot 4) = 14,08 \text{ kJ/kg}_{as}$$

$$h_{imm} \cong T_{imm} + x_{imm} (2500 + 1,9 \cdot T_{imm}) = 40 + 4,02 \cdot 10^{-3} (2500 + 1,9 \cdot 40) = 50,36 \text{ kJ/kg}_{as}$$

6. La potenza si calcola solo per via analitica: $Q = m \cdot (h_{imm} - h_e)$ **Densità aria secca = $1,2 \text{ kg/m}^3$**

m è la portata massica dell'aria ricavabile come: $m = \frac{G \cdot d}{3600} = \frac{250 \cdot 1,2}{3600} = 0,083 \text{ kg}_{as}/\text{s}$

Viene quindi: $Q = 0,083 \cdot (50,36 - 14,08) = 3,01 \text{ kW}$

Attenzione: utilizzando l'entalpia in kJ/kg , la potenza viene in kW !

Utilizzando il metodo grafico, il risultato viene un po' diverso: $Q = 0,083 \cdot (50 - 15) = 2,91 \text{ kW}$

Non essendoci variazioni di umidità si poteva usare anche la formula approssimata valida per i soli scambi sensibili (più semplice!): $Q \cong m \cdot c_p \cdot (T_{imm} - T_e) \cong 0,083 \cdot 1 \cdot (40 - 4) = 2,99 \text{ kW}$ ⁷

Esercizio 2

Per il raffrescamento di un locale si utilizza un condizionatore di tipo "split" con una potenza frigorifera di $Q = 12'000$ BTU/h. In una calda giornata estiva le condizioni dell'aria interna (aspirata dal condizionatore) sono le seguenti:
 $T_i = 30^\circ\text{C}$; $UR_i = 70\%$. Il condizionatore viene usato al massimo della sua potenza frigorifera e tratta un volume d'aria $G = 11$ m³/min che viene immessa in ambiente a determinate condizioni T_{imm} e x_{imm} .

DETERMINARE:

1. La tipologia di trasformazione psicrometrica realizzata.
2. L'andamento della trasformazione sul diagramma psicrometrico.
3. La pressione di vapore dell'aria interna ($p_{v,i}$).
4. L'umidità specifica dell'aria interna (x_i) sia con metodo grafico che analitico.
5. L'entalpia dell'aria interna (h_i) e dell'aria in immissione (h_{imm}).
6. L'umidità specifica dell'aria in immissione (x_{imm}) e la temperatura di immissione (T_{imm}) sia con metodo grafico che analitico.
7. Il volume di acqua V_L [l/h] che si produce da un'eventuale condensazione dell'aria.

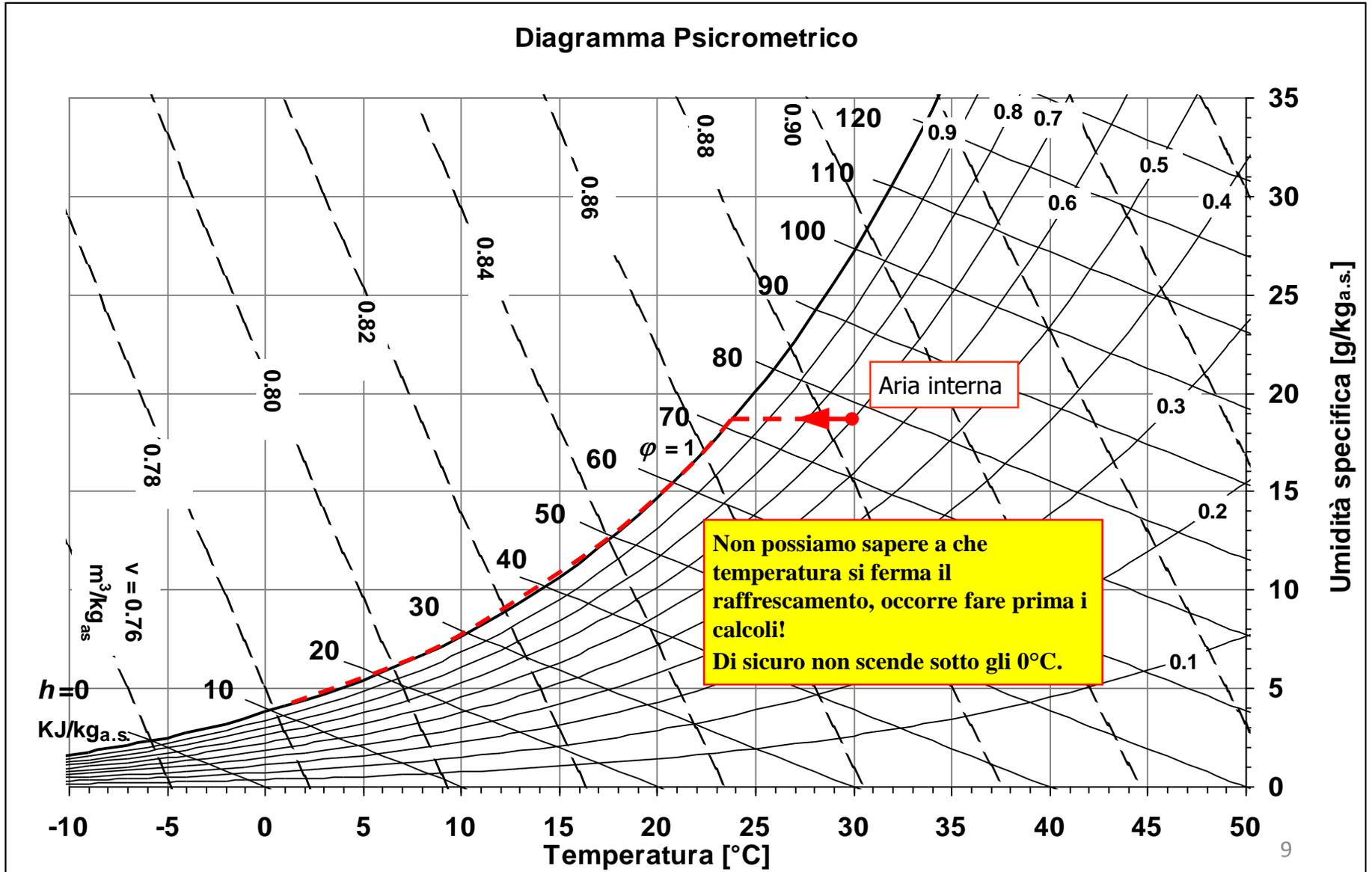
SOLUZIONE DEI QUESITI

1. La trasformazione sarà sicuramente un **raffreddamento**, ma non possiamo sapere se vi sia o meno la deumidificazione perché dipende dalle condizioni ambientali. Occorre fare prima i calcoli. 8
2. Vedi diagramma nella pagina seguente, anche questo non può essere completato.



Esercizio 2

DIAGRAMMA PSICROMETRICO



Esercizio 2

SOLUZIONE DEI QUESITI

3. La pressione di vapore dell'aria interna ($p_{v,i}$) si trova come: $p_{v,i} = \varphi_i \cdot p_{v,i,sat} = \frac{UR_i}{100} \cdot p_{v,i,sat}$

Dove: $p_{v,i,sat} = 610,5 \cdot e^{\frac{17,269 \cdot T_i}{T_i + 237,3}} = 4240 \text{ Pa}$

Da cui: $p_{v,i} = \varphi \cdot p_{v,i,sat} = 2968 \text{ Pa}$

4. L'umidità specifica dell'aria interna (x_i) si trova graficamente sull'asse delle ordinate: $x_i \approx 19 \text{ g}_v/\text{kg}_{as}$.

Analiticamente:

$$x_i = 0,622 \cdot \frac{p_{v,i}}{p_{tot} - p_{v,i}} = 0,622 \cdot \frac{2968}{101325 - 2968} = 0,0188 \text{ kg}_v/\text{kg}_{as} = 18,8 \text{ g}_v/\text{kg}_{as}$$

5. L'entalpia dell'aria interna si può trovare graficamente $h_i \approx 78 \text{ kJ/kg}_{as}$, oppure analiticamente:

$$h_i \cong T_i + x_i(2500 + 1,9 \cdot T_i) = 30 + 18,8 \cdot 10^{-3}(2500 + 1,9 \cdot 30) = 78,1 \text{ kJ/kg}_{as}$$

L'entalpia di immissione è un'incognita (non si conoscono T_{imm} e x_{imm}), quindi la si ricava sapendo la potenza termica della trasformazione:

$$Q = 12000 \text{ BTU/h} = 12000 / 2,9307 = 4095 \text{ W} = 4,1 \text{ kW}$$

$$1 \text{ W} = 2,9307 \text{ BTU/h}$$

$$Q = m \cdot (h_{imm} - h_i) \Rightarrow h_{imm} = \frac{Q}{m} + h_i = \frac{-4,1}{0,22} + 78,1 = 59,5 \text{ kJ/kg}_{as}$$

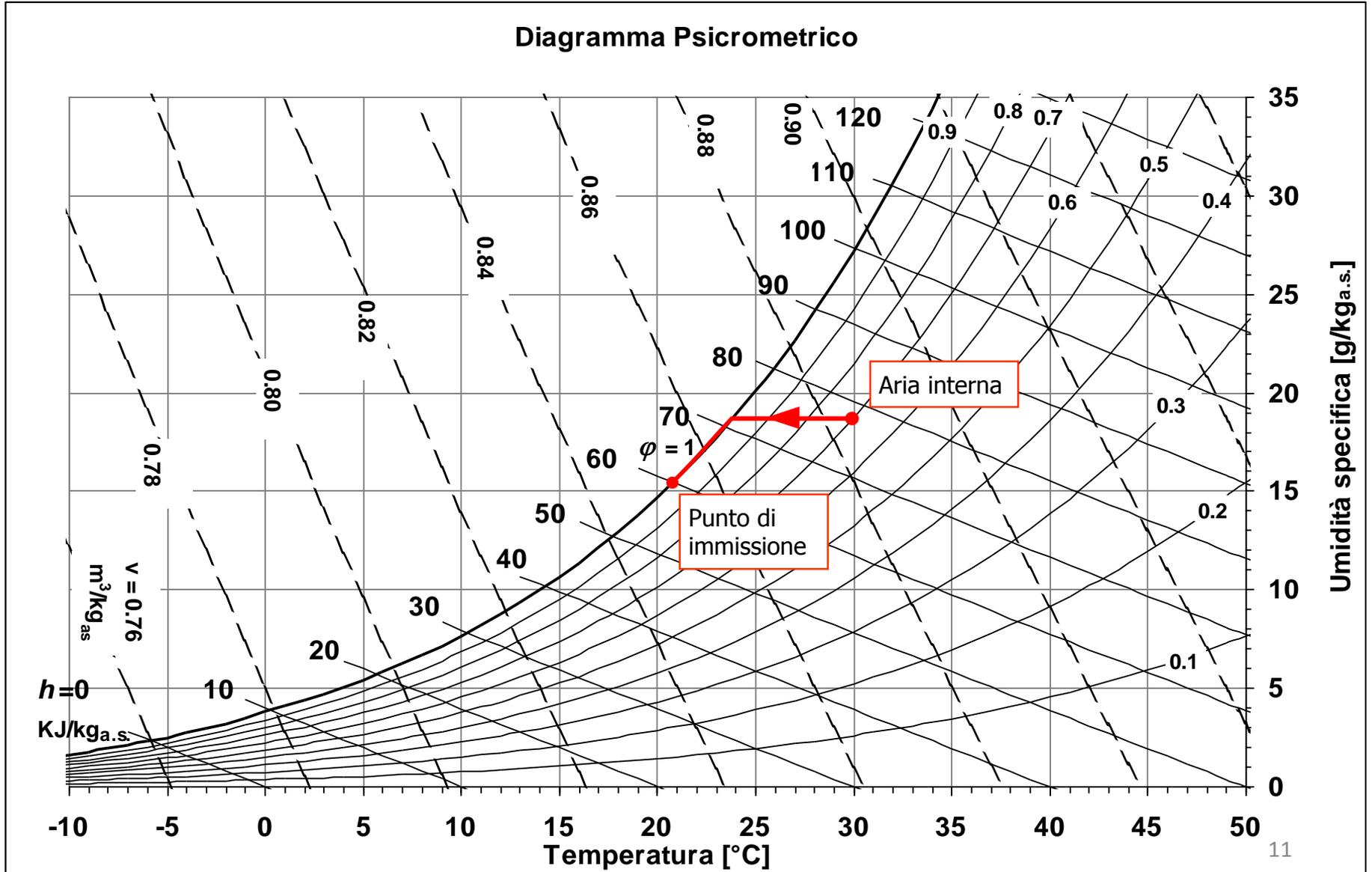
Q deve essere preso negativo perché è una potenza frigorifera.

dove: $m = \frac{G \cdot d}{60} = \frac{11 \cdot 1,2}{60} = 0,22 \text{ kg}_{as}/\text{s}$

Ora è possibile completare il diagramma psicrometrico!

Esercizio 2

DIAGRAMMA PSICROMETRICO



Esercizio 2

SOLUZIONE DEI QUESITI

6. L'umidità specifica dell'aria in immissione graficamente è il valore delle ordinate $x_{imm} \approx 15,5 \text{ g}_v/\text{kg}_{as}$. Analiticamente non possiamo utilizzare le formule standard (non sappiamo le pressioni di vapore), quindi è necessario fare un sistema tra 3 formule : le due formule della pressione di vapore saturo e quella dell'entalpia, imponendo che $\varphi=1$. Il calcolo diventa troppo complesso, quindi ci accontentiamo del valore grafico.

La temperatura di immissione si trova anch'essa graficamente $T_{imm} \approx 21^\circ\text{C}$.

7. La condensa prodotta si determina tramite l'equazione del bilancio della massa di vapore:

$$m_L = m_{as} \cdot (x_{imm} - x_i) = 0,22 \cdot (15,5 - 18,8) \cdot 10^{-3} = -0,73 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$

Attenzione: x va inserito in $[\text{kg}_v/\text{kg}_{as}]$

Il valore negativo indica che la condensa lascia il sistema, come atteso.

Riportando all'unità di misura richiesta: $-0,73 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s} = -0,73 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 3600 = -2,6 \text{ l/h}$

Densità acqua = $1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ kg/l}$

Esercizio 3

E' stato calcolato che il modulo umidificatore di un'unità di trattamento aria deve fornire aria con un'umidità specifica $x_2 = 10 \text{ g}_v/\text{kg}_{\text{as}}$. Non avendo ancora scelto la macchina, si prova sia con un modulo di umidificazione da fase liquida che con uno da fase vapore. L'aria in ingresso ha umidità specifica $x_1 = 3 \text{ g}_v/\text{kg}_{\text{as}}$. Entrambi gli umidificatori hanno efficienza del 90%, ossia riescono ad umidificare l'aria fino a $UR_2=90\%$.



DETERMINARE:

1. Le tipologie di trasformazioni psicrometriche realizzate.
2. L'andamento delle trasformazioni sul diagramma psicrometrico.
3. La temperatura dell'aria in uscita (T_2) sia con metodo grafico che analitico.
4. L'entalpia dell'aria in uscita (h_2).
5. Temperatura (T_{1A}) e umidità relativa (UR_{1A}) dell'aria in ingresso con umidificatore da fase liquida.
6. Temperatura (T_{1V}) e umidità relativa (UR_{1V}) dell'aria in ingresso con umidificatore da fase vapore.

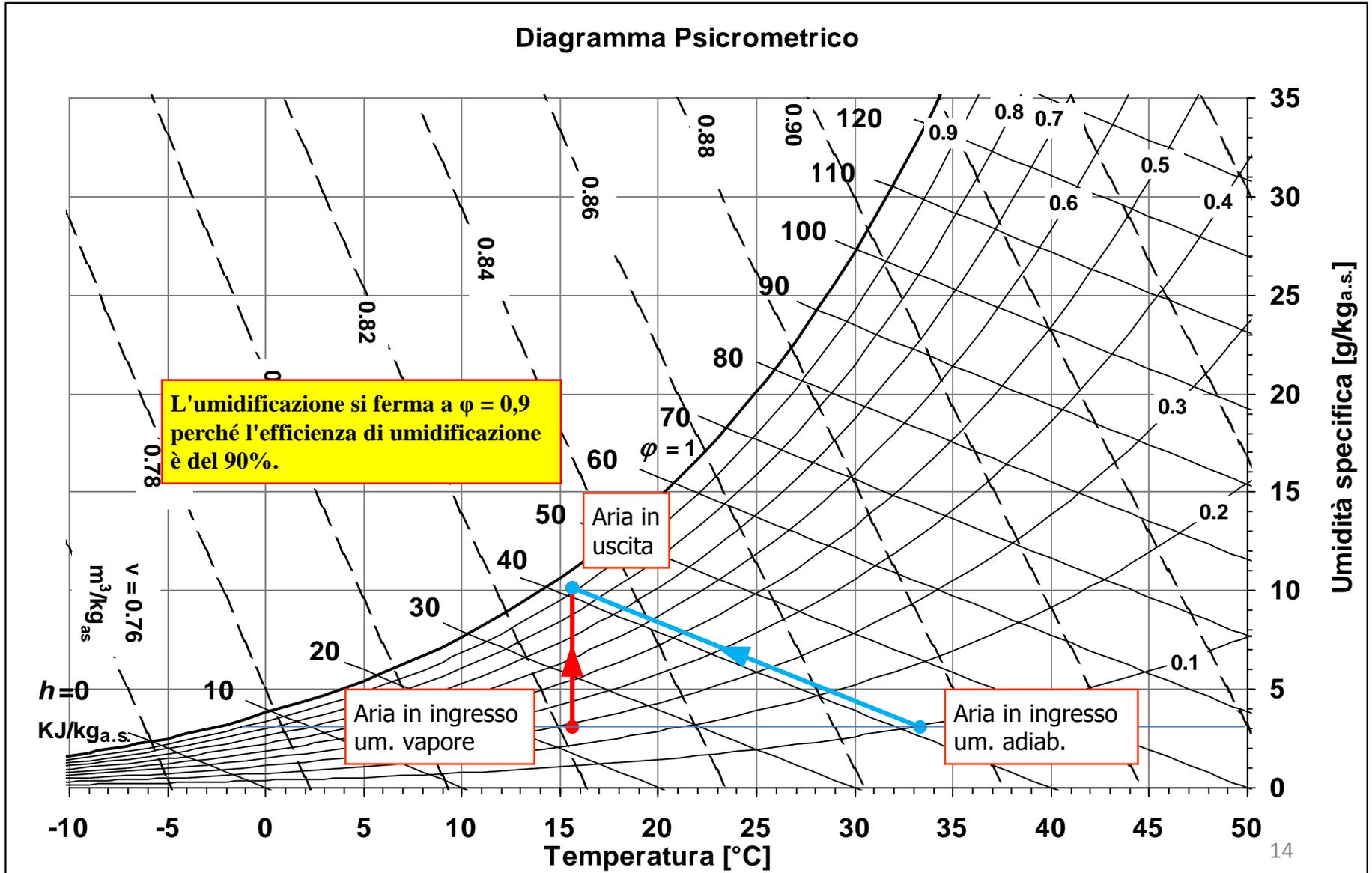
SOLUZIONE DEI QUESITI

1. L'umidificazione da fase liquida è un'**umidificazione adiabatica**, quella da fase vapore è un'**umidificazione a vapore**.
2. Vedi diagramma nella pagina seguente.

Esercizio 3

Si trascura l'apporto di calore sensibile del vapore (il segmento dell'umidificazione a vapore dovrebbe essere in realtà leggermente inclinato verso destra).

DIAGRAMMA PSICROMETRICO



Esercizio 3

SOLUZIONE DEI QUESITI

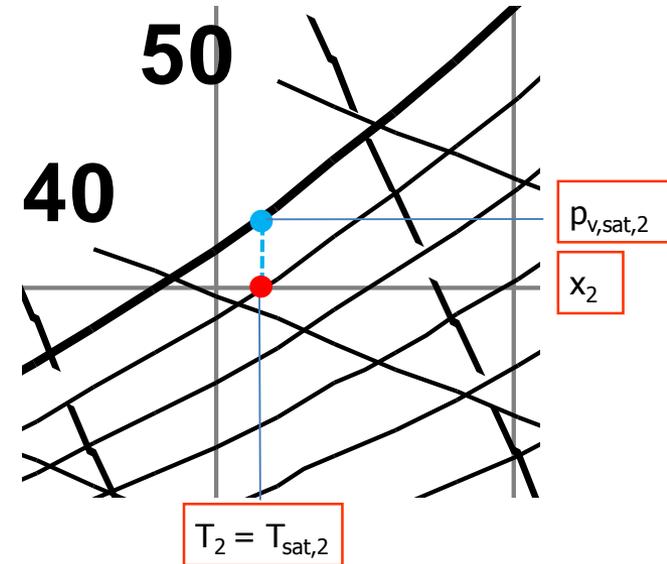
3. L'aria in uscita è caratterizzata da due grandezze $UR_2=90\%$ e $x_2 = 10 \text{ g}_v/\text{kg}_{as}$. Per trovare la temperatura T_2 possiamo notare che questa è uguale alla temperatura di saturazione che si avrebbe alla pressione di saturazione $p_{v,sat,2}$ (punto blu nel dettaglio grafico a fianco).

Quindi prima occorre trovare la pressione di saturazione:

$$p_{v,sat,2} = \frac{x_2 \cdot p_{tot}}{(0,622 + x_2) \cdot \phi_2} = \frac{0,01 \cdot 101325}{(0,622 + 0,01) \cdot 0,9} = 1781 \text{ Pa}$$

Ora è possibile trovare la temperatura voluta:

$$T_2 = T_{sat,2} = \frac{237,3 \cdot \ln\left(\frac{p_{v,sat,2}}{610,5}\right)}{17,269 - \ln\left(\frac{p_{v,sat,2}}{610,5}\right)} = 15,7 \text{ }^\circ\text{C}$$



4. L'entalpia dell'aria in uscita dall'umidificatore si può trovare graficamente $h_2 \approx 41 \text{ kJ/kg}_{as}$, oppure analiticamente: $h_2 \cong T_2 + x_2(2500 + 1,9 \cdot T_2) = 15,7 + 10 \cdot 10^{-3}(2500 + 1,9 \cdot 15,7) = 41,0 \text{ kJ/kg}_{as}$
5. L'umidificatore da fase liquida è di tipo adiabatico, cioè non c'è scambio di calore con l'esterno e perciò non c'è variazione di entalpia \rightarrow la trasformazione corre lungo la retta isoentalpica ($h_2 = h_{1A}$). Dalla formula dell'entalpia si ricava:

$$T_{1A} \cong \frac{h_2 - 2500x_2}{1 + 1,9x_2} = \frac{41 - 2500 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{1 + 1,9 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 33,3 \text{ }^\circ\text{C}$$

Esercizio 3

SOLUZIONE DEI QUESITI

Per quanto riguarda l'umidità relativa UR_{1A} , si può ricorrere a:

$$\varphi_{1A} = \frac{x_1 \cdot p_{tot}}{(0,622 + x_1) \cdot p_{v,sat,1A}}$$

Però prima di questo calcolo occorre sapere la pressione di saturazione al punto 1A:

$$p_{v,sat,1A} = 610,5 \cdot e^{\frac{17,269 \cdot T_{1A}}{T_{1A} + 237,3}} = 5121 \text{ Pa}$$

Quindi:

$$\varphi_{1A} = \frac{0,003 \cdot 101325}{(0,622 + 0,003) \cdot 5121} = 0,095 \rightarrow UR_{1A} = 9,5\%$$

6. L'umidificatore da fase vapore non è adiabatica, in particolare c'è un apporto di calore latente dovuto al vapore. Vi sarebbe anche un piccolo apporto di calore sensibile (dovuto al fatto che il vapore immesso è a temperatura superiore a quella dell'aria secca) ma viene trascurato, perciò:

$$T_{1V} = T_2 = 15,7^\circ\text{C}$$

Per quanto riguarda l'umidità relativa, il ragionamento è simile a quanto detto per il punto 3.

Abbiamo già $p_{v,sat,1V} = p_{v,sat,2}$ (perché la temperatura è la stessa) da questo possiamo trovare il grado igrometrico l'umidità relativa:

$$\varphi_{1V} = \frac{x_1 \cdot p_{tot}}{(0,622 + x_1) \cdot p_{v,sat,2}} = \frac{0,003 \cdot 101325}{(0,622 + 0,003) \cdot 1781} = 0,273 \rightarrow UR_{1V} = 27,3\%$$

Esercizio 4

Un'abitazione di classe energetica A4 è dotata di un impianto di ventilazione meccanica munito di recuperatore di calore sensibile con efficienza nominale $\eta_s=70\%$ *.

La portata della mandata (coppia 1,3) è $G_m = 800 \text{ m}^3/\text{h}$, la portata della ripresa (coppia 2,4) è $G_r = 600 \text{ m}^3/\text{h}$. La ripresa è inferiore alla mandata per mantenere l'ambiente in pressione ed evitare infiltrazioni esterne.

L'aria esterna si trova alle seguenti condizioni:

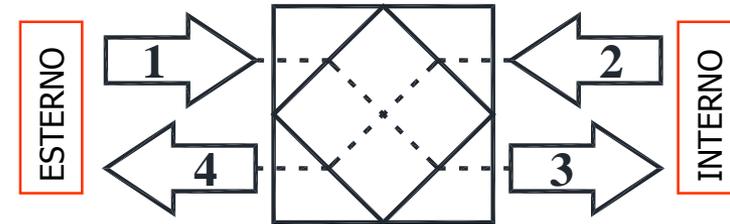
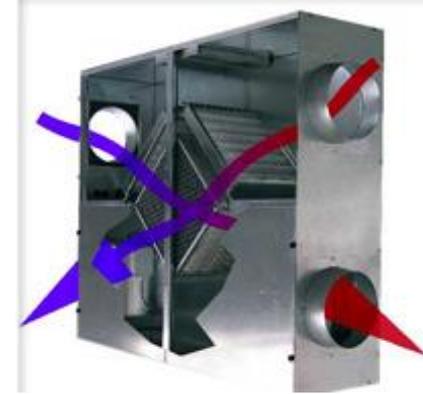
$T_e = T_1 = 6^\circ\text{C}$, $UR_e = UR_1 = 50\%$; l'aria interna si trova alle seguenti condizioni: $T_i = T_2 = 21^\circ\text{C}$, $UR_e = UR_2 = 50\%$.

DETERMINARE:

1. La tipologia delle trasformazioni psicrometriche realizzate.
2. L'andamento delle trasformazioni sul diagramma psicrometrico.
3. Temperatura (T_3) e umidità specifica (x_3) dell'aria immessa in ambiente.
4. Temperatura (T_4) e umidità specifica (x_4) dell'aria espulsa all'esterno.
5. Potenza termica (Q) risparmiata grazie all'utilizzo del recuperatore.

SOLUZIONE DEI QUESITI

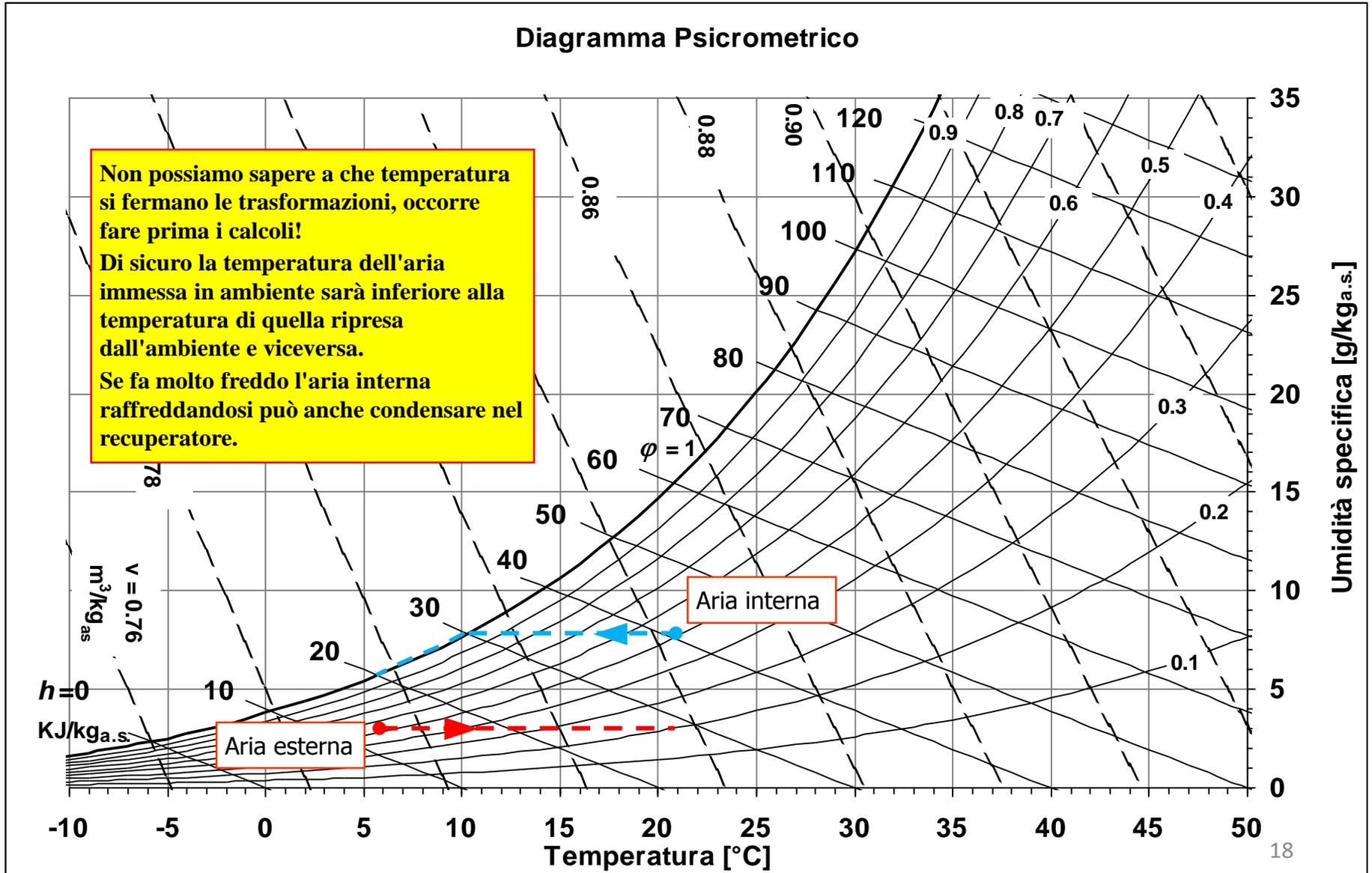
1. Un **riscaldamento sensibile** (mandata) ed un **raffreddamento sensibile** (ripresa) con eventuale condensazione (va verificato coi calcoli).
2. Vedi diagramma nella pagina seguente.



* L'efficienza nominale di un recuperatore è il rapporto tra la potenza recuperabile e quella recuperata e si misura con portate d'aria (1,2,3,4) identiche in ingresso ed uscita pari al valore nominale di progetto del recuperatore.

Esercizio 4

DIAGRAMMA PSICROMETRICO



Esercizio 4

SOLUZIONE DEI QUESITI

3. Dalla definizione di efficienza del recuperatore si trova la temperatura T_3 :

$$\eta_s = \frac{m_m \cdot (T_1 - T_3)}{m_{\min} \cdot (T_1 - T_2)} \rightarrow T_3 = T_1 + \frac{m_{\min}}{m_m} \cdot \eta_s \cdot (T_2 - T_1) = 6 + \frac{600}{800} \cdot 0,7 \cdot (21 - 6) = 6 + 0,53 \cdot 15 = 13,9 \text{ }^\circ\text{C}$$

Questo elemento è il **rendimento effettivo** ($\eta_{s,\text{eff}}$) del sistema di recupero, considerando anche le portate effettive di mandata e ripresa. Risulta inferiore rispetto a quello nominale.

L'umidità specifica di uscita x_3 è identica a quella in ingresso x_1 . Si può trovare graficamente:

$$x_3 \approx 7,8 \text{ g}_v/\text{kg}_{\text{as}}$$

4. Analogamente a prima si trova T_4 (utilizzando l'altra definizione di efficienza):

$$\eta_s = \frac{m_r \cdot (T_4 - T_2)}{m_{\min} \cdot (T_1 - T_2)} \rightarrow T_4 = T_2 - \frac{m_{\min}}{m_r} \cdot \eta_s \cdot (T_2 - T_1) = 21 - \frac{600}{600} \cdot 0,7 \cdot (21 - 6) = 21 - 0,7 \cdot 15 = 10,5 \text{ }^\circ\text{C}$$

La temperatura trovata è valida se non avviene la condensazione, altrimenti bisogna rifare i conti considerando le entalpie anziché le temperature. Si può verificare graficamente che la condensazione non avviene.

L'umidità specifica di uscita x_4 è identica a quella in ingresso x_2 in quanto non c'è condensazione. Si può trovare graficamente: $x_4 \approx 3 \text{ g}_v/\text{kg}_{\text{as}}$.

Ora è possibile completare il diagramma psicrometrico!

5. La potenza termica Q è pari alla potenza scambiata tra i due flussi, dal momento che ci sono solo scambi sensibili è possibile usare la formula semplificata:

$$Q = m_m \cdot (h_3 - h_1) \cong m_m \cdot c_p \cdot (T_3 - T_1) = \frac{800 \cdot 1,2}{3600} \cdot 1 \cdot (13,9 - 6) = 2,1 \text{ kW}$$

Esercizio 4

DIAGRAMMA PSICROMETRICO

